**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ**

**СОВЕТ РЕКТОРОВ ВУЗОВ ТОМСКОЙ ОБЛАСТИ**

**ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА 2018-2019**

**МАТЕМАТИКА (8 КЛАСС)**

**ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП**

**1 ВАРИАНТ**

**(ОТВЕТЫ)**

**1.** Вычислите:

**(7 баллов)**

**Ответ: 2020.**

**Решение:**

**2.** Найдите все пары чисел , при которых функция

постоянна во всей области ее определения. **(7 баллов)**

**Ответ:**

**Решение:**

Отметим сначала, что при функция не определена ни для одного значения Если , то получаем и не является постоянной, значит,

Пусть теперь при всех из области определения функции , то есть при всех выполняется равенство =*k*. Тогда, учитывая представление получим

, или

А это возможно тогда и только тогда, когда выполнятся следующая система уравнений:

Откуда получаем Если , то и , чего быть не может, как отмечалось выше, следовательно,

,

**3.** Решите в целых числах уравнение:

**(7 баллов)**

**Ответ:**

**Решение:**

Разложим левую часть уравнения, например, с помощью группировки, на множители:

*.* Откуда получим следующий вид исходного уравнения:

*.*

Учитывая, что *x* и *y* ─ целые числа, а число 7 ─ простое число, решение уравнения сводится к решению четырех систем:

**Замечание:** за каждое правильное решение, найденное подбором – 1балл.

**4.** Из городка *«Ух»* в городок *«Ах» в* утра выехал Иван на своем велосипеде, проехав две трети пути, он миновал городок *«Ох»*, из которого в этот момент времени в городок *«Ух»* отправился Петр пешком. В тот момент времени, когда Иван прибыл в городок *«Ах»*, оттуда в обратном направлении выехал Николай на своем велосипеде и прибыл в городок *«Ух»* вутра этого же дня.В скольких километрах от городка *«Ах»* Николай догнал Петра, если Петр прибыл в городок *«Ух»*  в утра того же дня, при этом скорость каждого участника движения была постоянной, а расстояние между городками *«Ух»* и *«Ах»* составляет всего10 км.  **(7 баллов)**

**Ответ:**

**Решение:**

Решим задачу графически-геометрическим способом. Изобразим графики движения Ивана через отрезок *KL*, Николая через отрезок *LM* и Петра через отрезок *NP* в системе координат (*t; s*), где *t* ─ время в часах, *s* ─ расстояние в километрах от пункта A (рис.1). Пусть *Q* — точка пересечения *LM* и *NP*. По условию *MK* = 2 и *PM* = 1. Проведём *MG* ∥ *NQ*, *G* ∈ *KL*, тогда по теореме Фалеса имеем

*NG* : *GK* = *PM* : *MK* = 1 : 2 .

Тогда, если *NG* = 2*x*, то *GK* = 4*x*, а *LN* = 3*x*. Откуда опять по теореме Фалеса имеем

*LQ* : *QM* = *LN* : *NG* = 3*x* : 2*x* = 3 : 2 .

Таким образом, искомое расстояние равно ·10 = 6 (км.)

Отметим, что при поиске отношения *LQ* : *QM* можно использовать теорему Менелая. Точки *N*, *Q* и *P* лежат на одной прямой, поэтому или . Следовательно, .

**5.** Одна сторона некоторого треугольника в два раза больше другой, а периметр этого треугольника равен 60, наибольшая его сторона в сумме с учетверенной наименьшей равна 71. Найдите стороны этого треугольника.  **(7 баллов)**

**Ответ:** **11, 22, 27.**

**Решение:**

Обозначим через *a*, *b*, c стороны треугольника, без ограничения общности, будем считать, что *a* *b* c*.* Учитывая условие задачи, запишем систему уравнений:

Так как одна из сторон треугольника в 2 раза больше другой, то рассмотрим три возможных случая.

1) Если c=2*b*, то  *.* Следовательно, не выполняется неравенство треугольника

, необходимое для существования треугольника.

2) Если c=2*a*, то из второго условия системы находим  *.*

Затем находим значение *b* из первого уравнения

3) Если *b*=2*a*, то система запишется в виде:

Откуда Полученное решение удовлетворяет всем условиям задачи.

**Замечание:** за правильное решение, найденное подбором – 1балл.

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ**

**СОВЕТ РЕКТОРОВ ВУЗОВ ТОМСКОЙ ОБЛАСТИ**

**ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА 2018-2019**

**МАТЕМАТИКА (8 КЛАСС)**

**ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП**

**2 ВАРИАНТ**

**(ОТВЕТЫ)**

**1.** Вычислите:

**Ответ: 2019.**

**Решение:** аналогичное решение этой задачи присутствует в варианте 1 под тем же номером.

**2.** Найдите все пары чисел , при которых функция

постоянна во всей области ее определения.  **(7 баллов)**

**Ответ:**

**Решение:** аналогичное решение этой задачи присутствует в варианте 1 под тем же номером.

**3.** Решите в целых числах уравнение: **(7 баллов)**

**Ответ:**

**Решение:** решение этой задачи полностью совпадает с решением задачи в варианте 1 под тем же номером.

**Замечание:** за каждое правильное решение, найденное подбором – 1балл.

**4.** Из городка *«Ух»* в городок *«Ах» в* утра выехал Иван на своем велосипеде, проехав две пятых пути, он миновал городок *«Ох»*, из которого в этот момент времени в городок *«Ух»* отправился Петр пешком. В тот момент времени, когда Иван прибыл в городок *«Ах»*, оттуда в обратном направлении выехал Николай на своем велосипеде и прибыл в городок *«Ух»* вэтого же дня.В скольких километрах от городка *«Ах»* Николай догнал Петра, если Петр прибыл в городок *«Ух»*  в того же дня, при этом скорость каждого участника движения была постоянной, а расстояние между городками *«Ух»* и *«Ах»* составляет всего

7 км. **(7 баллов)**

**Ответ:**

**Решение:** аналогичное решение этой задачи присутствует в варианте 1 под тем же номером.

**5.** Одна сторона некоторого треугольника в два раза больше другой, а периметр этого треугольника равен 56, учетверенная наименьшая сторона на 21 длиннее наибольшей из сторон. Найдите стороны этого треугольника.  **(7 баллов)**

**Ответ: 11, 22, 23.**

**Решение:** аналогичное решение этой задачи присутствует в варианте 1 под тем же номером.

**Замечание:** за правильное решение, найденное подбором – 1балл.

**Критерии оценивания приведены в таблице:**

|  |  |
| --- | --- |
| Баллы | Критерии оценивания |
| **7** | Полное обоснованное решение. |
| **6** | Обоснованное решение с несущественными недочетами. |
| **5-6** | Решение содержит незначительные ошибки, пробелы в обоснованиях, но в целом верно и может стать полностью правильным после небольших исправлений или дополнений. |
| **4** | Задача в большей степени решена, чем не решена, например, верно рассмотрен один из двух (более сложный) существенных случаев. |
| **2-3** | Задача не решена, но приведены формулы, чертежи, соображения или доказаны некоторые вспомогательные утверждения, имеющие отношение к решению задачи. |
| **1** | Задача не решена, но предпринята попытка решения, рассмотрены, например, отдельные (частные) случаи при отсутствии решения или при ошибочном решении. |
| **0** | Решение отсутствует, либо решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше. |